

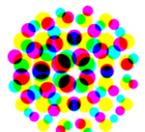
## TEMA 1. TRAZADOS FUNDAMENTALES EN EL PLANO

### Contenido

1. PERPENDICULARIDAD	2
2. PARALELISMO	4
3. SEGMENTOS	6
4. ÁNGULOS	8
5. CIRCUNFERENCIA	14
6. ARCO CAPAZ	17

### CRITERIOS DE EVALUACIÓN:

1.1. Resolver problemas de configuración de formas poligonales sencillas en el plano con la ayuda de útiles convencionales de dibujo sobre tablero, aplicando los fundamentos de la geometría métrica de acuerdo con un esquema “paso a paso” y/o figura de análisis elaborada previamente.



## 1. PERPENDICULARIDAD

Para comenzar, algunos conceptos básicos:

- Recibe el nombre de “**lugar geométrico**” el conjunto de puntos del plano o del espacio que gozan de la misma propiedad.
- Dos rectas son perpendiculares cuando se cortan formando un ángulo de  $90^\circ$ .
- Mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al segmento en su punto medio. La mediatriz es un lugar geométrico, ya que cualquier punto de ella equidista de los extremos del segmento.

### 1.1. TRAZAR LA MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO

1. Con centro en A y radio arbitrario se trazan un arco de circunferencia.
2. Con centro en B y el mismo radio se traza otro arco que corte al primero en los puntos 1 y 2.
3. La recta que une los puntos 1 y 2 es perpendicular al segmento por el punto C.



### 1.2. TRAZAR LA PERPENDICULAR A UNA SEMIRRECTA POR SU EXTREMO

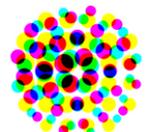
#### Primer método

1. Con centro en A y radio arbitrario se trazan un arco de circunferencia que corta a la semirrecta en 1.
2. Con centro en 1 y el mismo radio se traza otro arco que corta al primero en 2.
3. Con centro en 2 y el mismo radio se hace un arco que corta al primero en 3.
4. Con centro en 3 y el mismo radio se traza un arco que corta al último en 4.
5. Unimos 4 con A y esta es la perpendicular buscada.



#### Segundo método

1. Se toma un punto B arbitrario.
2. Con centro en B y radio AB se traza un arco que corta a la semirrecta en C.
3. La recta que une C y B cortará al arco en D.
4. Uniendo A con D nos da la perpendicular buscada.

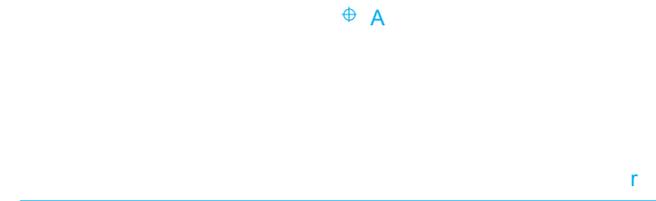


**1.3 TRAZAR LA PERPENDICULAR A UNA RECTA POR UN PUNTO DE LA MISMA**

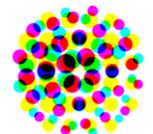
1. Con centro en A y radio arbitrario se trazan dos arcos que cortan a la recta r en los puntos 1 y 2.
2. Con centros en 1 y 2 y radio arbitrario se trazan sendos arcos que se cortan en el punto 3.
3. La recta s que une los puntos 3 y A es la perpendicular buscada.

**1.4 TRAZAR LA PERPENDICULAR A UNA RECTA POR UN PUNTO EXTERIOR A ELLA.**

1. Con centro en A y radio arbitrario se traza un arco que corta a la recta en los puntos 1 y 2
2. Con centros en 1 y 2 y radio arbitrario se trazan sendos arcos que se cortan en el punto 3.
3. La recta s que une los puntos 3 y A es la perpendicular buscada

**1.5 TRAZADO DE PERPENDICULARES CON ESCUADRA Y CARTABÓN.**

1. Se hace coincidir la hipotenusa de la escuadra con la recta r
2. Sin mover la escuadra se apoya el cartabón en uno de los catetos de la escuadra.
3. Sujetando el cartabón, se hace girar la escuadra hasta apoyar el otro cateto en el cartabón y hace pasar la hipotenusa por el punto A.
4. Por el punto A se traza la recta s.



## 2. PARALELISMO

- Se dice que dos rectas “**coplanarias**” (que pertenecen aun mismo plano), son **paralelas** cuando su punto de intersección se encuentra en el infinito (el punto es impropio.)

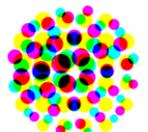
### 2.1 TRAZAR POR UN PUNTO LA PARALELA A UNA RECTA

1. Se elige un punto B cualquiera de la recta r y se traza la semicircunferencia de centro B y radio BA, que corta a la recta r en C y D.
2. Con centro en D y radio CA se traza un arco que corta a la semirrecta en el punto E.
3. La recta s que une los puntos A y E es la paralela buscada.

A  
⊕

### 2.2 TRAZAR LA PARALELA A UNA RECTA A UNA DISTANCIA DADA

1. Se elige un punto cualquiera A de la recta r y se traza la perpendicular t a la recta r.
2. Sobre la recta t se traslada el segmento  $AE = l$
3. Por el punto E se traza la recta s paralela a la recta r.(dos soluciones).

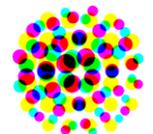
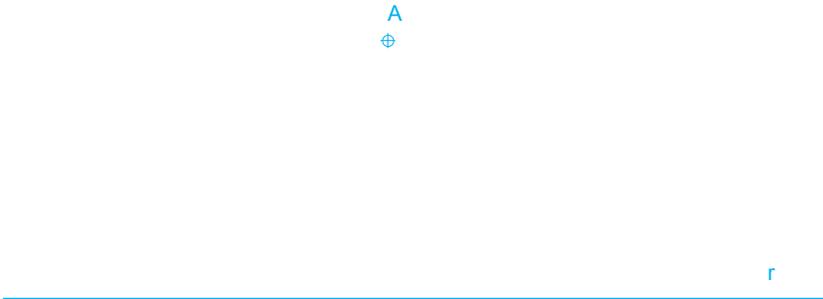


### 2.3 TRAZADO DE PARALELAS CON ESCUADRA Y CARTABÓN

1. Se hace coincidir la hipotenusa de la escuadra con la recta r
2. Sin mover la escuadra, se apoya el cartabón en uno de los catetos de la escuadra.
3. Sujetando el cartabón, se desliza la escuadra sobre el cartabón hasta que la hipotenusa pasa por A.
4. Por el punto A se traza la recta s.

A  
⊕

r



### 3. SEGMENTOS

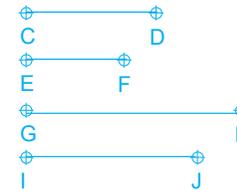
#### 3.1 DIVIDIR UN SEGMENTO EN UN NÚMERO DE PARTES IGUALES

1. Por uno de los extremos a se traza una recta cualquiera s.
2. Sobre la recta s se llevan tantos segmentos iguales, de longitud arbitraria, como números de partes se quiera dividir el segmento.
3. Se traza la recta t que une el último punto con el otro extremo b del segmento, y por los puntos 1,2,3, etc., de la recta s se trazan paralelas a t.



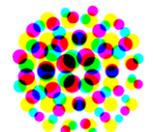
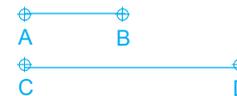
#### 3.2 DIVIDIR UN SEGMENTO EN PARTES PROPORCIONALES

1. Por uno de los extremos A se traza una recta cualquiera s.
2. Sobre la recta s se van llevando, uno a continuación del otro, los segmentos CD, EF, GH, e IJ.
3. Se une el último punto J con el otro extremo B mediante la recta t, trazando a continuación paralelas a t por los puntos E, G e I.



#### 3.3 MULTIPLICAR ENTRE SÍ DOS SEGMENTOS

1. Construir un ángulo cualquiera transportando sobre uno de los lados sucesivamente la unidad y uno de los segmentos.
2. Sobre el otro lado transportar el otro segmento dado, uniendo los puntos BC. Por D, trazar una paralela a B C, determinando el punto E. El segmento BE es el producto de los dos segmentos dados.



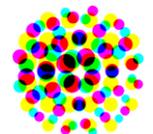
### 3.4 DIVIDIR ENTRE SÍ DOS SEGMENTOS

1. Trazar un ángulo cualquiera, transportando sobre uno de sus lados a partir del vértice, el segmento dado como dividendo.
2. Sobre el otro lado del ángulo, transportar sucesivamente el divisor y la unidad, uniendo los extremos BC del dividendo y divisor.
3. Trazar una paralela a este segmento por el punto D, obteniendo el punto E. El segmento BE es el cociente entre los segmentos dados.



### 3.5 DADO UN SEGMENTO, HALLAR SU RAÍZ CUADRADA

1. Sobre una recta se toma el segmento AB y a continuación el segmento unidad BC
2. Hallamos D, punto medio del segmento AC y trazamos semicircunferencia de diámetro AC
3. La perpendicular al diámetro por el punto B corta a la semicircunferencia en el punto E
4. El segmento BE es la raíz cuadrada del segmento AB.



## 4. ÁNGULOS

### DEFINICIONES

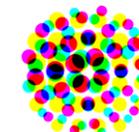
Se denomina **ángulo** a cada una de las dos regiones del plano que determinan dos semirrectas con el origen común. Las semirrectas se llaman lados y el punto vértice.

### ÁNGULOS SEGÚN SU MEDIDA

- Ángulo **agudo** es el que mide menos de  $90^\circ$
- Ángulo **recto** es el que mide  $90^\circ$
- Ángulo **obtuso** es el que mide más  $90^\circ$
- Ángulo **llano** es el que mide  $180^\circ$
  
- Ángulo **cóncavo** es el mayor de los dos ángulos que determinan los dos lados del mismo
- Ángulo **convexo** es el menor de los dos ángulos que determinan los dos lados
  
- **Ángulos suplementarios**: son los que suman  $180^\circ$
- **Ángulos complementarios**: son los que suman  $90^\circ$ .

### ÁNGULOS SEGÚN SU POSICIÓN RELATIVA

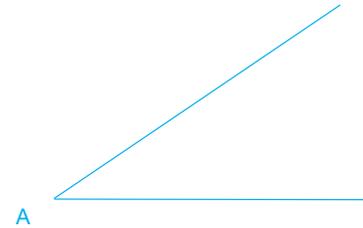
- **Adyacentes**: Son los que tienen un lado en común y los otros en línea recta.
- **Consecutivos**: Tienen el vértice y un lado en común
- **Opuestos**: Tienen un vértice en común y el lado de cada uno es la prolongación del otro.



#### 4.1 CONSTRUCCIÓN DE UN ÁNGULO IGUAL AL OTRO

Dado el ángulo A

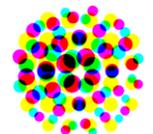
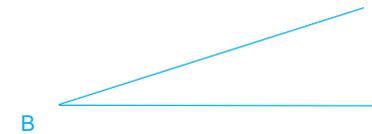
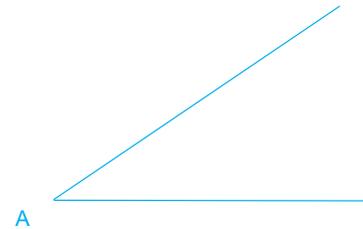
1. Sobre una recta  $r$  se toma un punto B arbitrario.
2. Con centro en A y radio arbitrario se traza un arco que corta a los lados del ángulo en C y D.
3. Con el mismo radio a interior y centro en B se traza un arco que corta a la recta  $r$  en el punto E.
4. Con centro en E y radio CD se describe un arco que corta al anterior en F.
5. La recta  $s$  que une los puntos B y F forma con  $r$  el ángulo buscado.



#### 4.2 SUMA Y DIFERENCIA DE ÁNGULOS

Dados los ángulos A y B

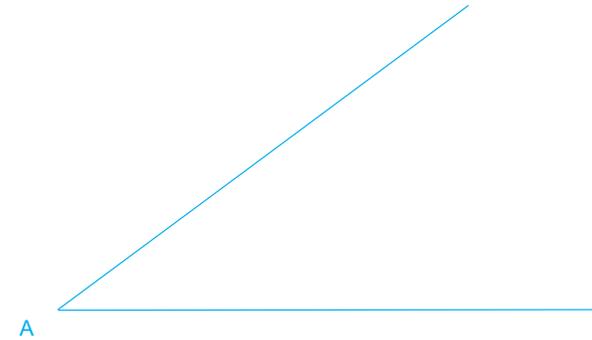
1. Sobre una recta  $r$  se toma un punto C arbitrario.
2. Con radio arbitrario y centros en A y B se trazan dos arcos que cortan a los lados de los ángulos en los puntos D, E, F y G.
3. Con el mismo radio anterior y centro en C se traza un arco base que corta a la recta  $r$  en el punto H.
4. Con centro en H y radio DE se describe un arco que corta al arco base en I.
5. **Suma:** con centro en I y radio FG se describe otro arco hasta cortar a la prolongación del arco base HI en el punto J.
6. **Resta:** con centro en I y radio FG se describe otro arco hasta cortar al arco base HI en el punto J.
7. La recta  $s$  que une los puntos C y J forma con  $r$  el ángulo buscado.



### 4.3 TRAZADO DE LA BISECTRIZ DE UN ÁNGULO

Dado el ángulo A

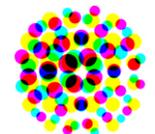
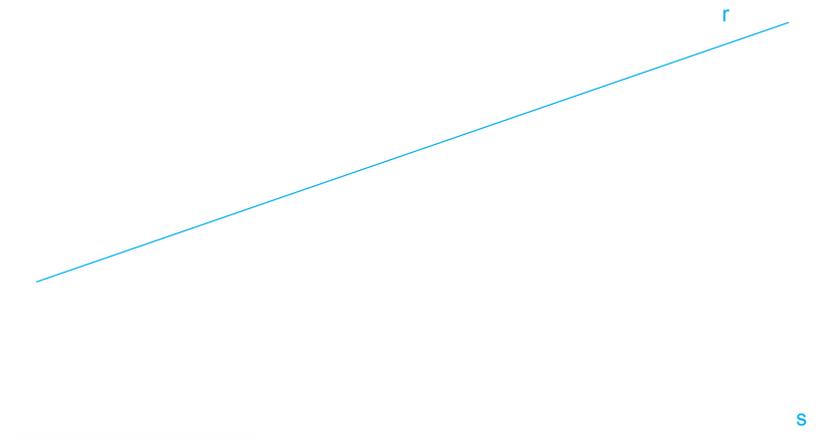
1. Con centro en el vértice A y radio arbitrario se traza un arco que corta a los lados en los puntos B y C.
2. Con centros en B y C se trazan dos arcos arbitrarios de igual radio que se cortan en D.
3. La recta t que une los puntos A y D es la bisectriz del ángulo.



### 4.4 DADAS DOS RECTAS QUE SE CORTAN FUERA DE LOS LÍMITES DEL DIBUJO, TRAZAR LA BISECTRIZ DEL ÁNGULO QUE FORMAN

Dadas las rectas r y s

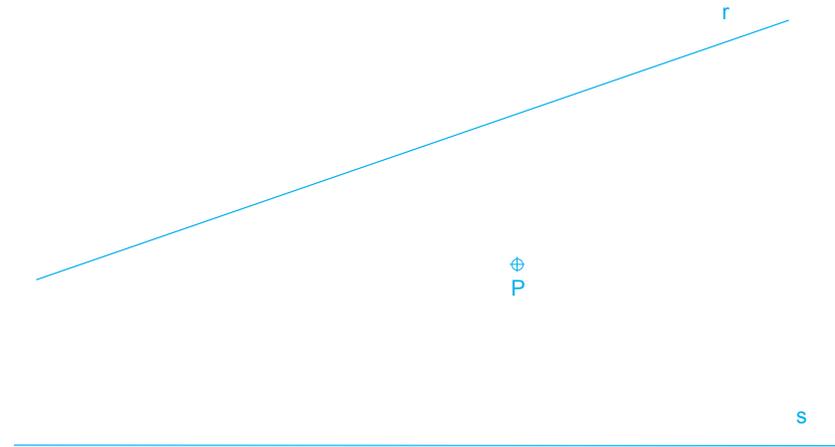
1. Se traza una recta arbitraria que corta a r y s en puntos A y B.
2. Se trazan las bisectrices a, b, e y d de los ángulos que forman las rectas r y s con la recta AB.
3. Las bisectrices anteriores se cortan en los puntos C y D que, al unirlos, definen la recta t, bisectriz del ángulo que forman r y s.



#### 4.5 DADAS DOS RECTAS QUE SE CORTAN FUERA DE LOS LÍMITES DEL DIBUJO Y UN PUNTO P, TRAZAR LA RECTA CONCURRENTE CON ELLAS Y QUE PASE POR EL PUNTO DADO.

Dadas las rectas r y s y el punto P:

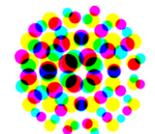
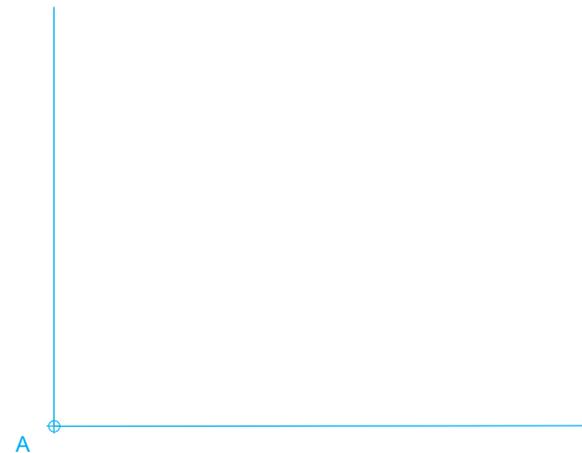
1. Se traza una recta cualquiera que corta a r y s en los puntos B y C.
2. Se unen los puntos B y C con P, definiendo el triángulo PBC.
3. Se traza otra recta arbitraria paralela a la recta BC que corta a r y s en E y F.
4. Por el punto E se traza una paralela a PB y por el punto F se traza una paralela a PC; ambas paralelas se cortan en D.
5. La recta t que une P y D es la solución.



#### 4.6 DIVISIÓN DE UN ÁNGULO RECTO EN TRES PARTES IGUALES

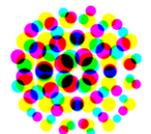
Dadas las rectas r y s que forman  $90^\circ$

1. Con centro en el vértice A y radio arbitrario se traza un arco de circunferencia que corta a la recta r en B y a la recta s en C.
2. Con centros en B y C, y el mismo radio, se trazan arcos que se cortan en D y E.
3. Las rectas AD y AE dividen el ángulo recto en tres.



#### 4.7 CONSTRUCCIÓN DE ÁNGULOS CON EL COMPÁS

Basado en el ejercicio anterior podemos deducir la construcción de ángulos de:  
15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°, 105°, 120°, 135°, 150°, 165°..



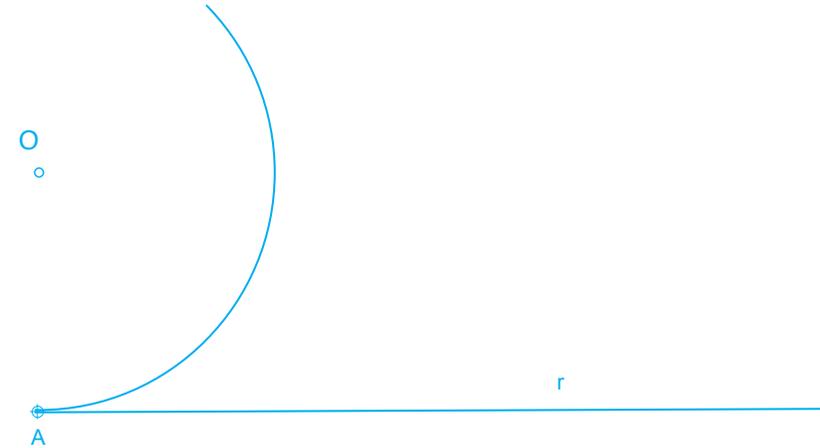
## 4.8 ÁNGULOS MIXTILÍNEOS Y CURVILÍNEOS

Un ángulo rectilíneo es el formado por dos líneas rectas. Un ángulo curvilíneo es el formado por dos líneas curvas; por ejemplo, dos arcos de circunferencia. Un ángulo mixtilíneo es el formado por una línea recta y una línea curva

### BISECTRIZ DE UN ÁNGULO MIXTILÍNEO

Sea la recta  $r$  y el arco de centro  $O$

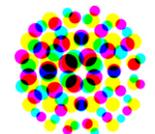
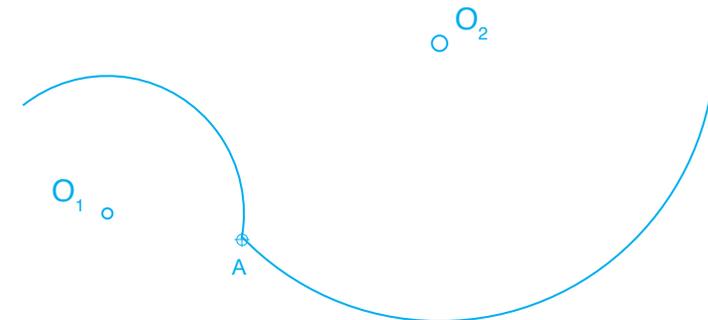
1. Por un punto  $B$  de la recta se traza una perpendicular, llevando sobre ella divisiones iguales: 1,2,3, etc., y trazando paralelas a  $r$ .
2. Por un punto  $e$  del arco se traza el radio correspondiente, llevando sobre él divisiones iguales a las anteriores: 1, 2, 3, etc., y trazando arcos concéntricos.
3. Los puntos de intersección de la paralela 1 con el arco 1, de la paralela 2 con el arco 2, de la paralela 3 con el arco 3, etc., nos determinan la bisectriz del ángulo mixtilíneo.



### BISECTRIZ DE UN ÁNGULO CURVILÍNEO

Sean los arcos de centros  $O_1$  y  $O_2$

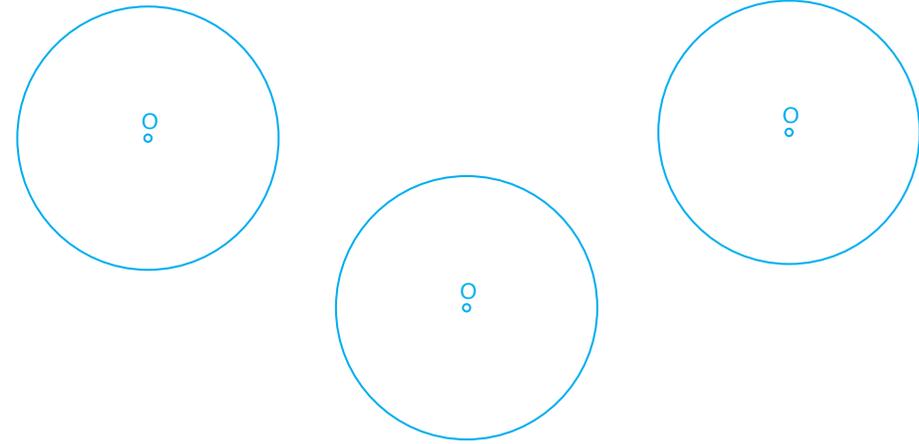
1. Por los puntos arbitrarios  $B$  y  $E$  de los arcos se trazan sendos radios, llevando sobre ellos divisiones iguales: 1,2, 3, etc., y trazando arcos concéntricos.
2. Los puntos de intersección de los arcos correspondientes nos determinan la bisectriz del ángulo curvilíneo.



## 5. CIRCUNFERENCIA

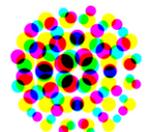
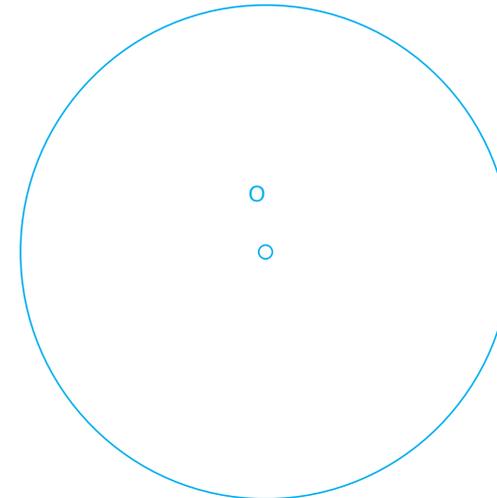
### 5.1 DEFINICIONES.

- **Circunferencia** es el lugar geométrico o conjunto de puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado centro.
- **Arco** es un segmento de circunferencia.
- **Círculo** es la parte de plano interior a la circunferencia.
- **Sector circular** es la porción de círculo comprendida entre dos radios.
- **Segmento circular** es la parte de círculo comprendida entre una cuerda y su arco.



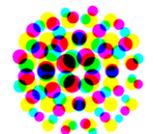
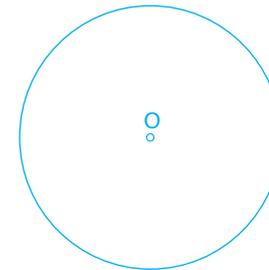
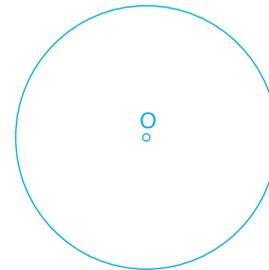
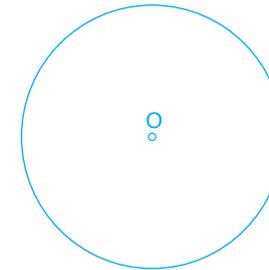
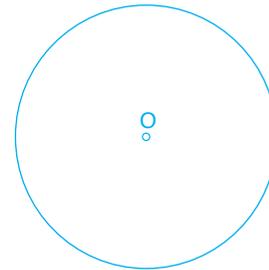
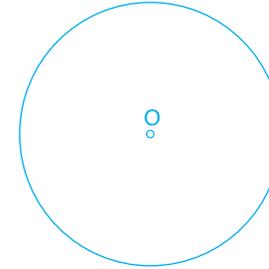
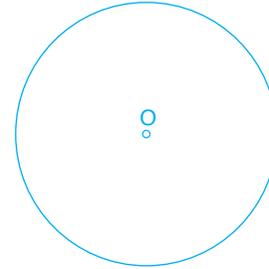
### 5.2 RECTAS DE UNA CIRCUNFERENCIA

- **Radio:** es el segmento que une el centro con cualquier punto de la circunferencia.
- **Diámetro:** es el segmento que une dos puntos de la circunferencia y pasa por su centro.
- **Tangente:** es la recta que tiene un solo punto común con la circunferencia.
- **Secante:** es la recta que corta a la circunferencia en dos puntos.
- **Cuerda:** es el segmento que une dos puntos



## 5.3 ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

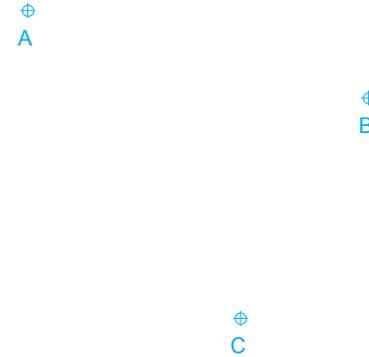
- **Ángulo central:** el vértice del ángulo es el centro de la circunferencia.
- **Ángulo inscrito:** el vértice es un punto de la circunferencia y sus lados son cuerdas de la misma.
- **Ángulo semiinscrito:** el vértice es un punto de la circunferencia, uno de los lados es secante y el otro es tangente a la circunferencia.
- **Ángulo interior:** el vértice es un punto interior de la circunferencia.
- **Ángulo exterior:** el vértice es un punto exterior de la circunferencia y los lados son rectas secantes.
- **Ángulo circunscrito:** el vértice es un punto exterior y los lados son rectas tangentes a la circunferencia.



#### 5.4 DIBUJAR LA CIRCUNFERENCIA QUE PASE POR TRES PUNTOS NO ALINEADOS

Dados los puntos A, B y C

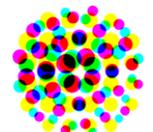
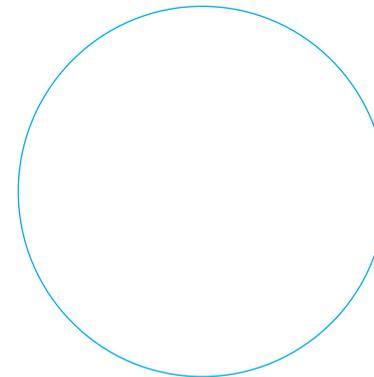
1. Unimos los puntos A y B y hallamos la mediatriz del segmento AB.
2. Unimos los puntos B y C y hallamos la mediatriz del segmento BC.
3. El punto de intersección de las dos mediatrices es el centro de la circunferencia que pasa por A, B y C.



#### 5.5 CALCULAR EL CENTRO DE UNA CIRCUNFERENCIA DADA

Dada la circunferencia de centro O

1. Tomamos tres puntos de la circunferencia.
2. Unimos los puntos dos a dos y hallamos las mediatrices.
3. El punto de intersección de las dos mediatrices es el centro.



## 6. ARCO CAPAZ

Se llama arco capaz de un ángulo  $\mu$  dado respecto a un segmento también conocido, al lugar geométrico de los puntos del plano desde los cuales se ve el segmento dado bajo el ángulo  $\mu$ .

### 6.1 DIBUJAR EL ARCO CAPAZ DE UN ÁNGULO DADO PARA UN SEGMENTO CONOCIDO

Dado el segmento AB y el ángulo  $\beta$ .

1. Por uno de los extremos A del segmento dado, se traza la recta m perpendicular a AB, restando a continuación el ángulo  $\beta$  hasta cortar a la mediatriz en O, de tal forma que el ángulo OAB es de  $90 - \beta$ .
2. Con centro en O se traza un arco de circunferencia que pase por A y B.  
Dicho arco es el arco capaz buscado

